Retroalimentación y Estabilidad

(3a parte)

Dr. José Ernesto Rayas Sánchez

La mayor parte de las figuras de esta presentación fueron tomadas de las páginas de internet de los autores de los textos:

A.S. Sedra and K.C. Smith, *Microelectronic Circuits*. New York, NY: Oxford University Press, 1998.

A.R. Hambley, *Electronics: A Top-Down Approach to Computer-Aided Circuit Design*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 2000.

R.C. Jaeger, *Microelectronic Circuit Design*. New York, NY: McGraw-Hill, 1996.

Estabilidad

Un sistema es estable cuando todos los polos de su función de transferencia están en la mitad abierta izquierda del plano complejo

Polos Complejos

ω_n frecuencia natural

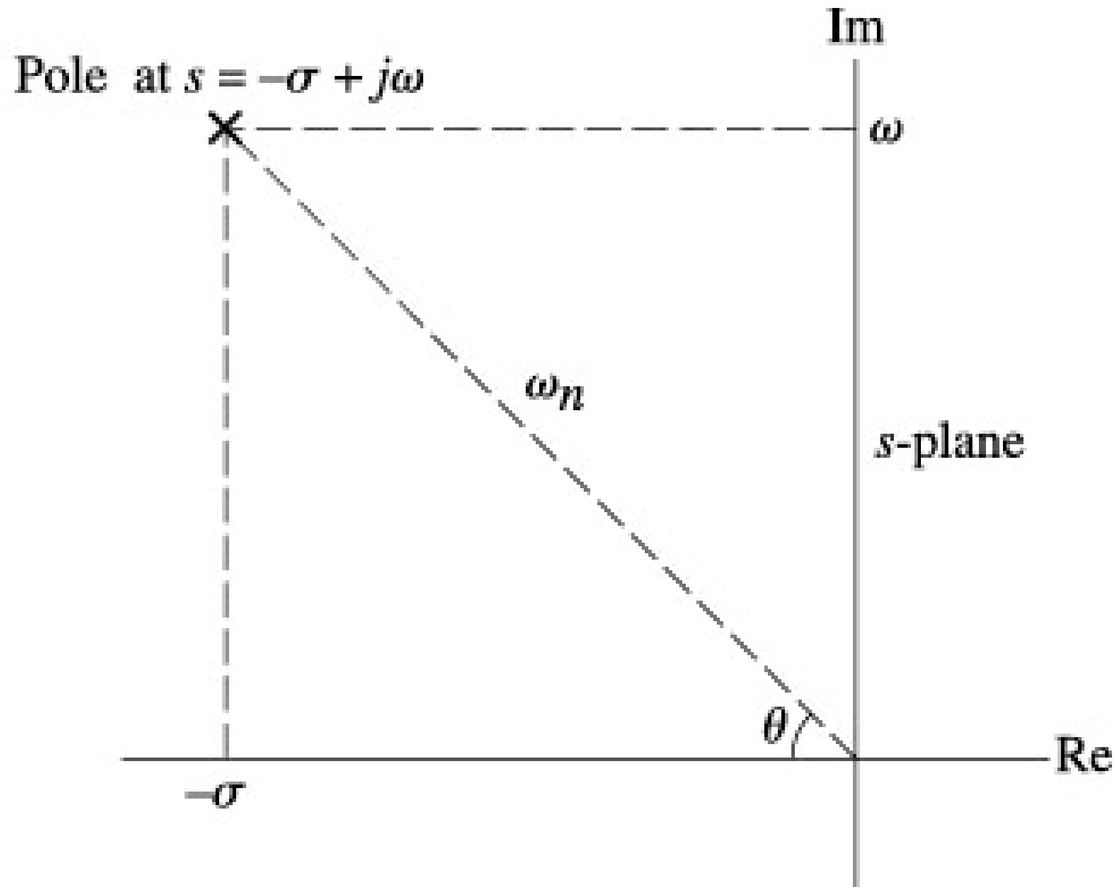
δ razón de amortiguamiento

Q factor de calidad

$$\omega_n = \sqrt{\sigma^2 + \omega^2}$$

$$\delta = \frac{\sigma}{\omega_n} = \cos\theta$$

$$Q = \frac{1}{2\delta}$$



Respuesta Transitoria de un Polo

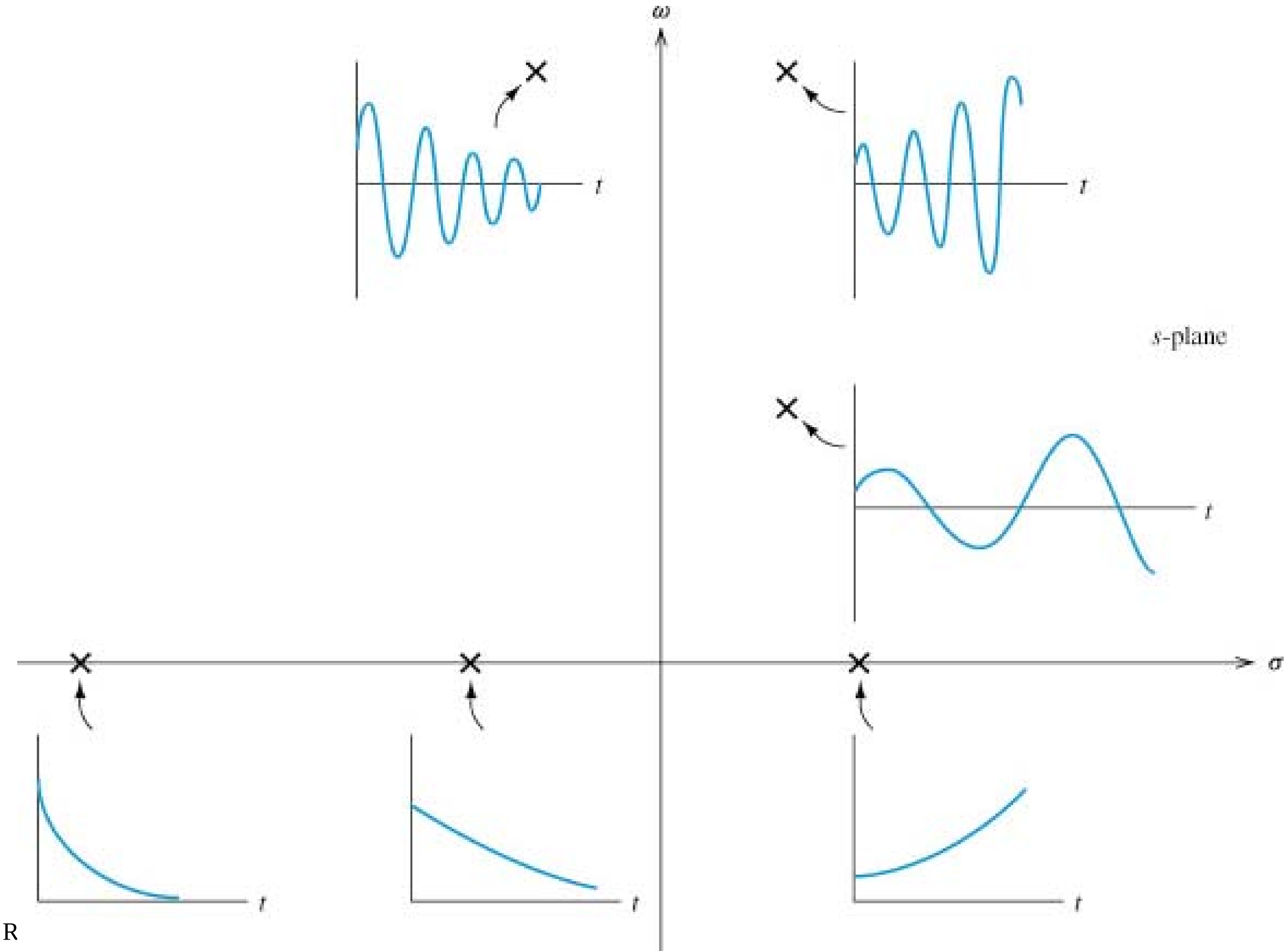
s_p polo

$$s_p = \sigma \qquad T(s) = \frac{1}{s-\sigma} \qquad T(t) = e^{\sigma t}$$

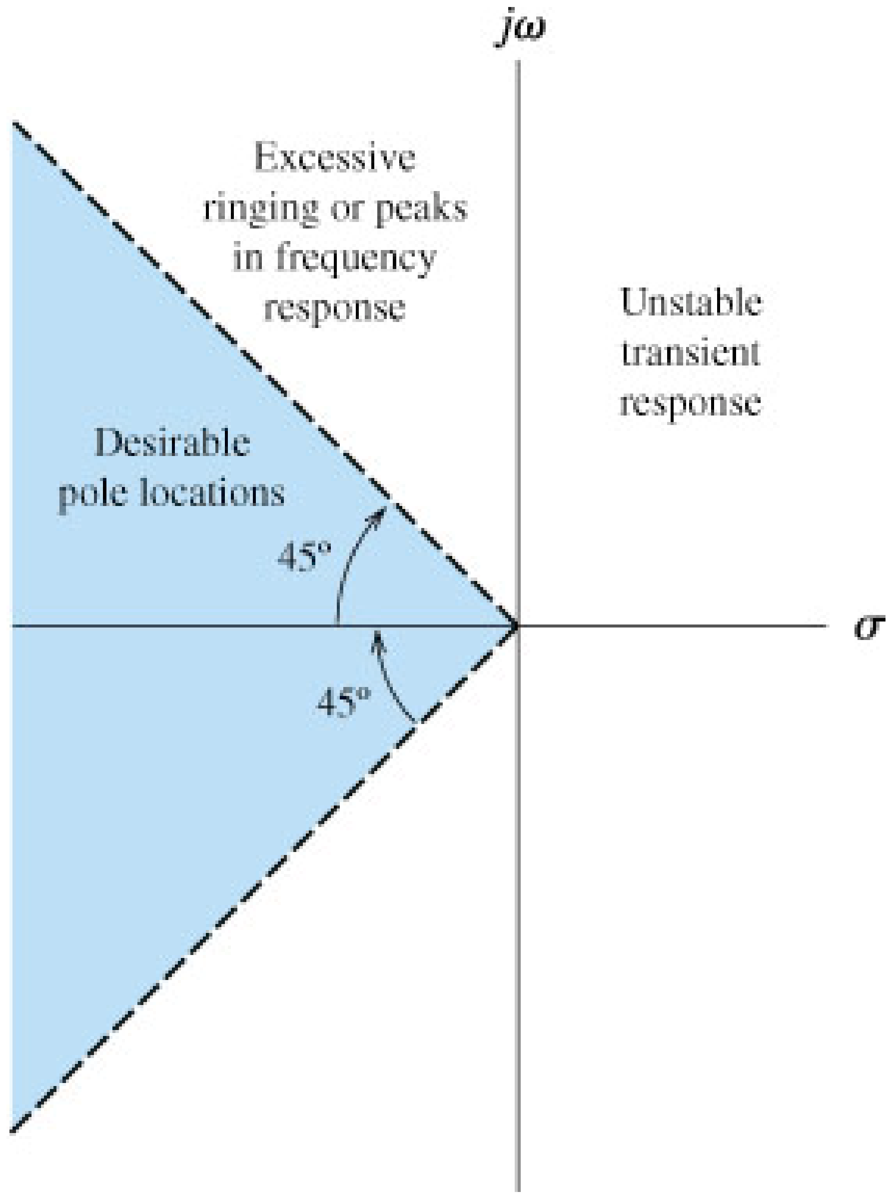
$$s_p = j\omega \qquad T(s) = \frac{\omega}{s^2+\omega^2} \qquad T(t) = \operatorname{sen}\omega t$$

$$s_p = \sigma \pm j\omega \qquad T(s) = \frac{\omega}{(s-\sigma)^2+\omega^2} \qquad T(t) = e^{\sigma t}\operatorname{sen}\omega t$$

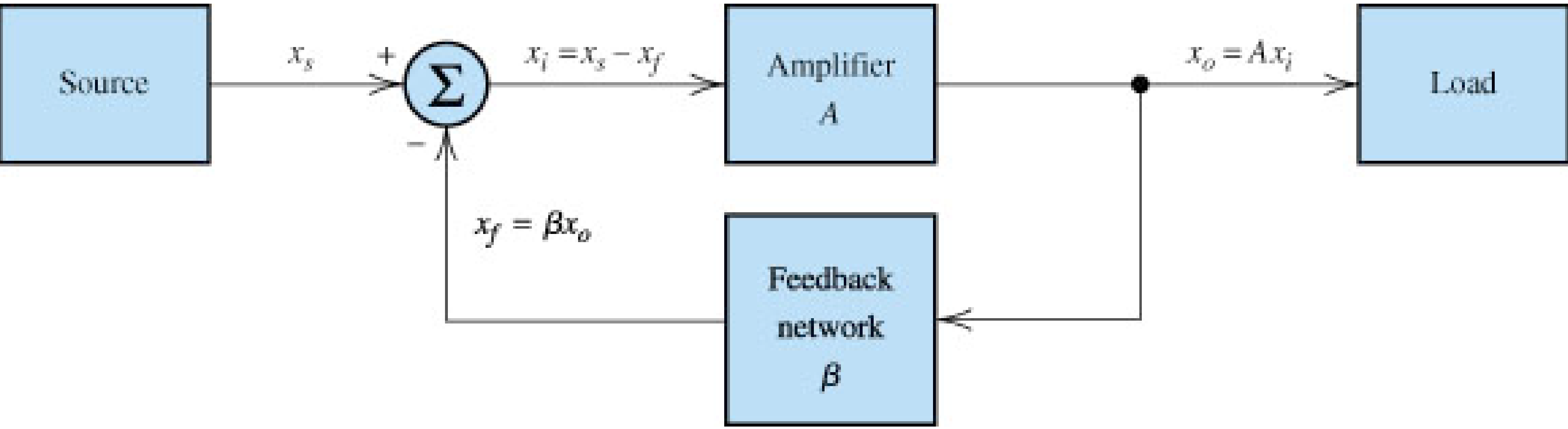
Respuesta Transitoria vs Ubicación de Polos



Estabilidad y la Ubicación de Polos



Estabilidad en Amplificadores Retroalimentados



$A(s)$ estable, $\beta(s)$ estable, $A_f(s)$ puede ser inestable

$$A(s) \equiv \frac{x_o}{x_i} = \frac{A_o N_A(s)}{D_A(s)} \qquad \beta(s) \equiv \frac{x_f}{x_o} = \frac{\beta_o N_\beta(s)}{D_\beta(s)}$$

$$A_f(s) \equiv \frac{x_o}{x_s} = \frac{A(s)}{1 + A(s)\beta(s)} = \frac{A_o N_A(s) D_\beta(s)}{D_A(s) D_\beta(s) + A_o \beta_o N_\beta(s) N_A(s)}$$

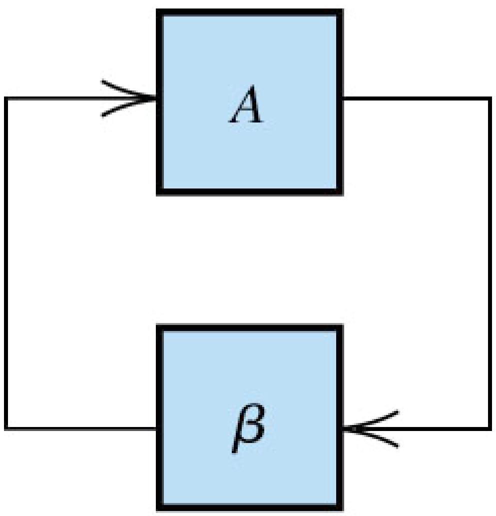
$A_o\beta_o$ cambia los polos de $A_f(s)$

Idea Central sobre Estabilidad en Amp. Ret.

$$A_f(s) \equiv \frac{x_o}{x_s} = \frac{A(s)}{1 + A(s)\beta(s)}$$

si $\angle A(s)\beta(s) = 180°$ cuando $\omega = \omega_{180}$

al aplicar una perturbación...



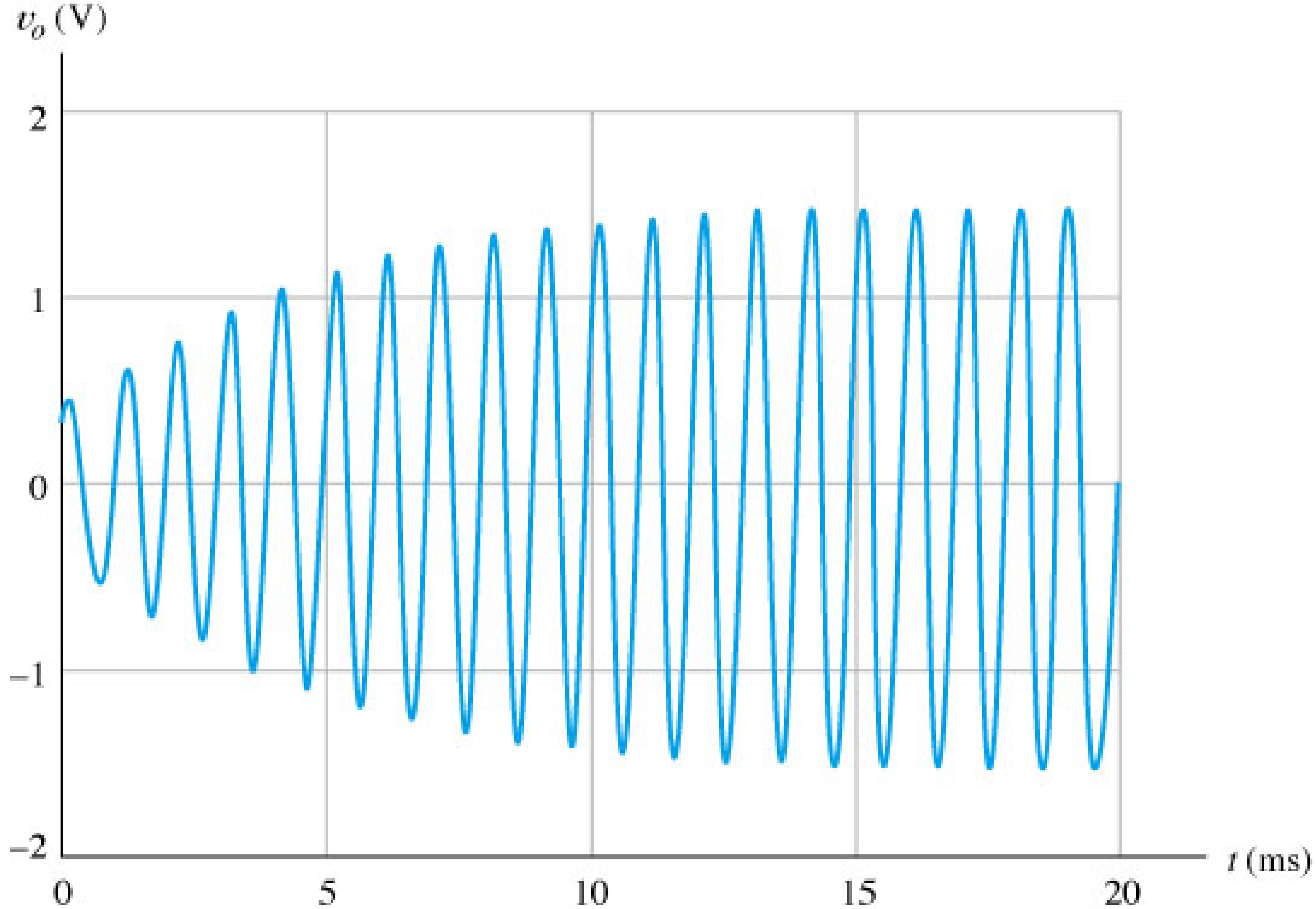
si $|A(j\omega_{180})\beta(j\omega_{180})| = 1$
x_o se mantiene

si $|A(j\omega_{180})\beta(j\omega_{180})| < 1$
x_o decrece

si $|A(j\omega_{180})\beta(j\omega_{180})| > 1$
x_o crece

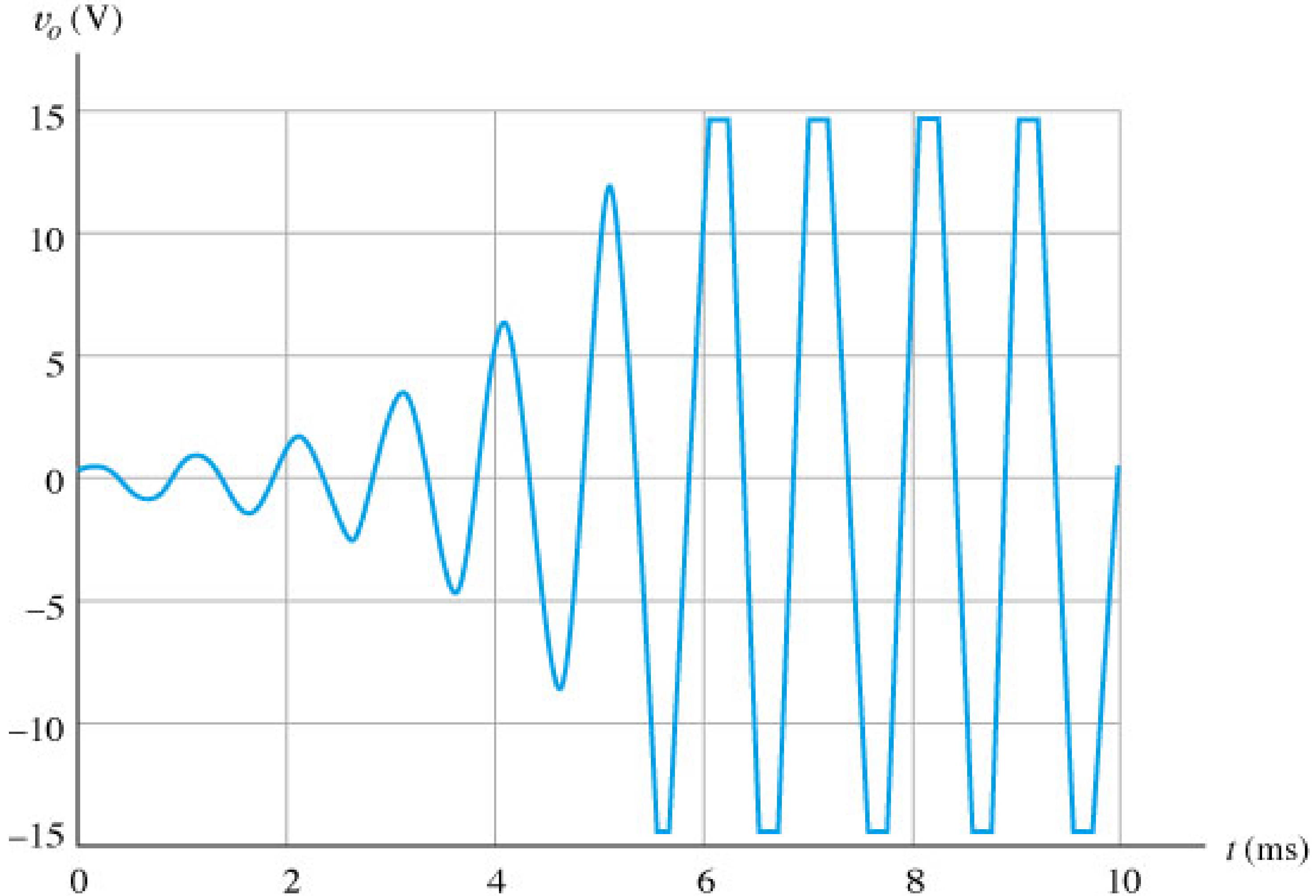
Idea Central sobre Estabilidad en Amp. Ret.

$$\text{si} \, | A(j\omega_{180})\beta(j\omega_{180}) | > 1$$



Idea Central sobre Estabilidad en Amp. Ret.

$$\text{si}\,|A(j\omega_{180})\beta(j\omega_{180})| >> 1$$



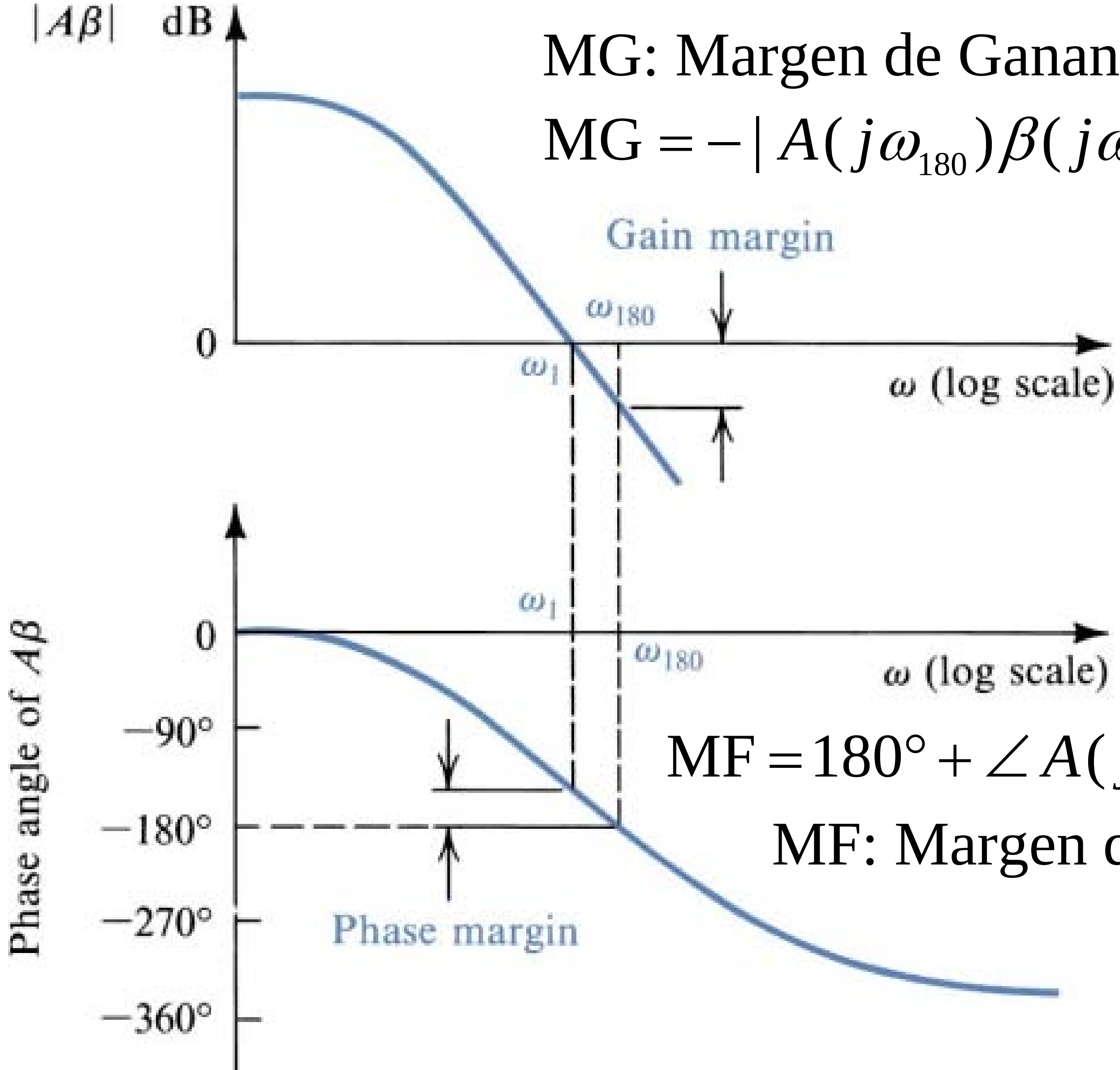
Técnicas para Analizar la Estabilidad

- Diagramas de Bode
- Diagramas de Nyquist
- Lugar de Raíces

Diagramas de Bode

MG: Margen de Ganancia

$$MG = -|A(j\omega_{180})\beta(j\omega_{180})|\,dB$$



$$MF = 180° + \angle A(j\omega_1)\beta(j\omega_1)$$

MF: Margen de Fase

Diagramas de Bode (cont.)

A_f es estable si y solo si MG > 0

A_f es estable si y solo si MF > 0

En la práctica..

MF > 45º para una buena estabilidad

Efectos del Margen de Fase

$$\mathrm{MF} = 180° + \angle A(j\omega_1)\beta(j\omega_1)$$

$$A(j\omega_1)\beta(j\omega_1) = e^{-j\theta} \quad \text{donde} \quad \theta = 180° - \mathrm{MF}$$

$$A_f(j\omega_1) = \frac{A(j\omega_1)}{1 + A(j\omega_1)\beta(j\omega_1)} = \frac{\dfrac{e^{-j\theta}}{\beta(j\omega_1)}}{1 + e^{-j\theta}} \qquad |A_f(j\omega_1)| = \frac{|1/\beta(j\omega_1)|}{|1 + e^{-j\theta}|}$$

Si MF = 45º, $|A_f(j\omega_1)| = 1.3|1/\beta(j\omega_1)|$

Si MF = 30º, $|A_f(j\omega_1)| = 1.93|1/\beta(j\omega_1)|$

Si MF = 10º, $|A_f(j\omega_1)| = 5.74|1/\beta(j\omega_1)|$

Ejemplo de Análisis de Estabilidad

$$\mathrm{A} = \frac{10^5}{(1 + jf/10^5)(1 + jf/10^6)(1 + jf/10^7)}$$

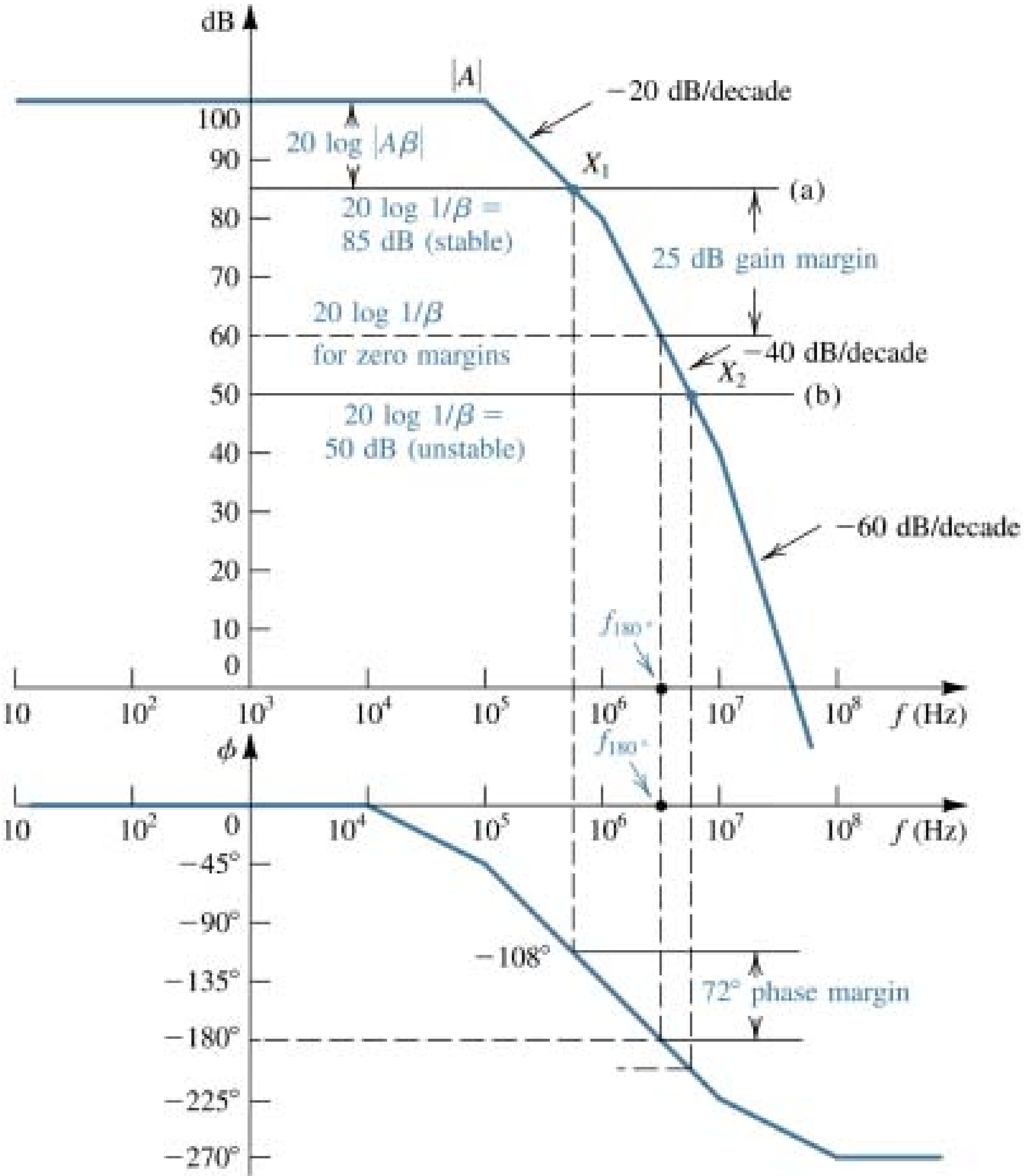
- ¿El amplificador A es estable?
- ¿Si $1/\beta = 85$ dB el amplificador A_f es estable?
- ¿Si $1/\beta = 50$ dB el amplificador A_f es estable?
- ¿Cuál es el mínimo valor de $1/\beta$ para que A_f sea estable?

Asumiendo que β es básicamente resistiva...

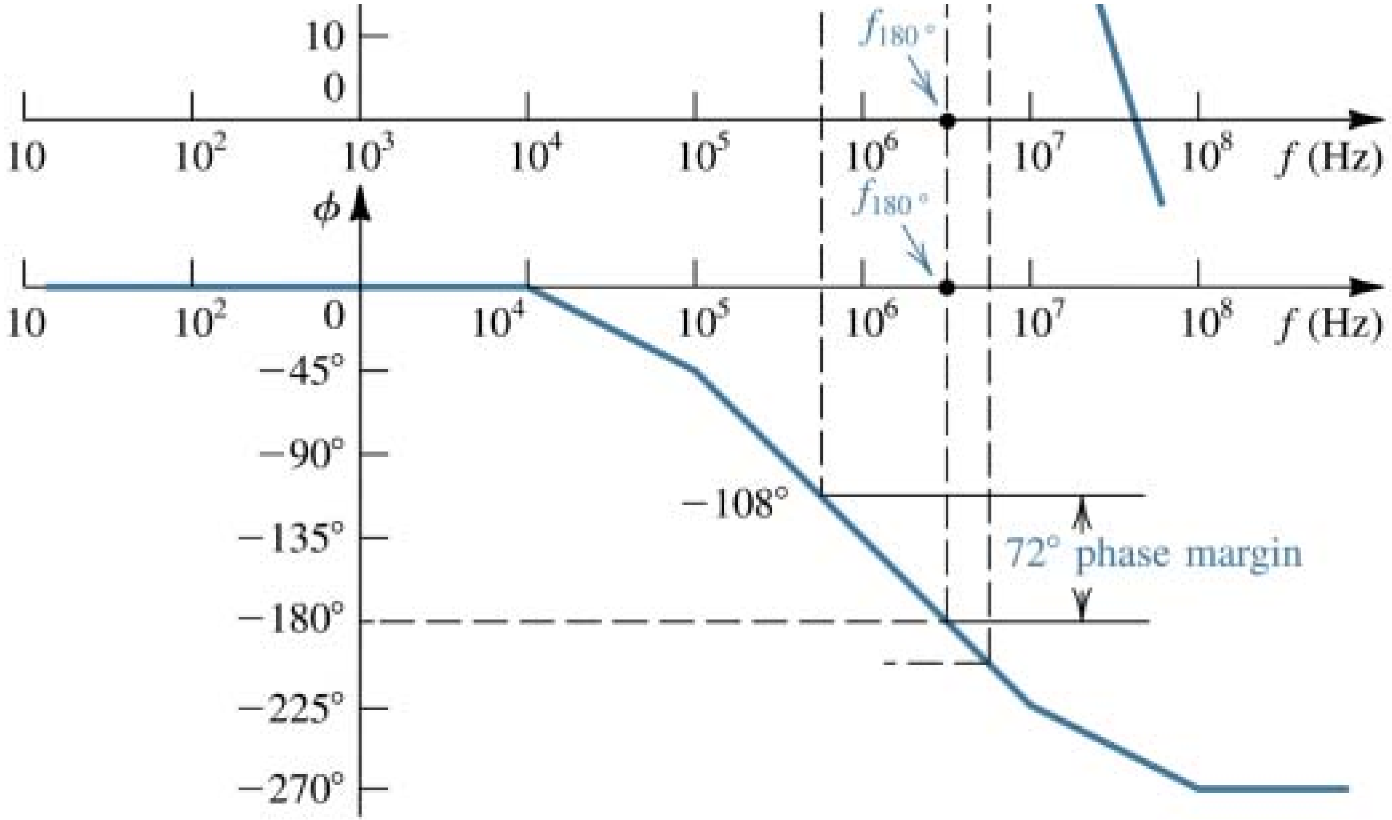
$$|A(j\omega)\beta|_{\mathrm{dB}} = 20\log[A(j\omega)] - 20\log(1/\beta)$$

$$\angle A(j\omega)\beta = \angle A(j\omega)$$

Ejemplo de Análisis de Estabilidad (cont.)

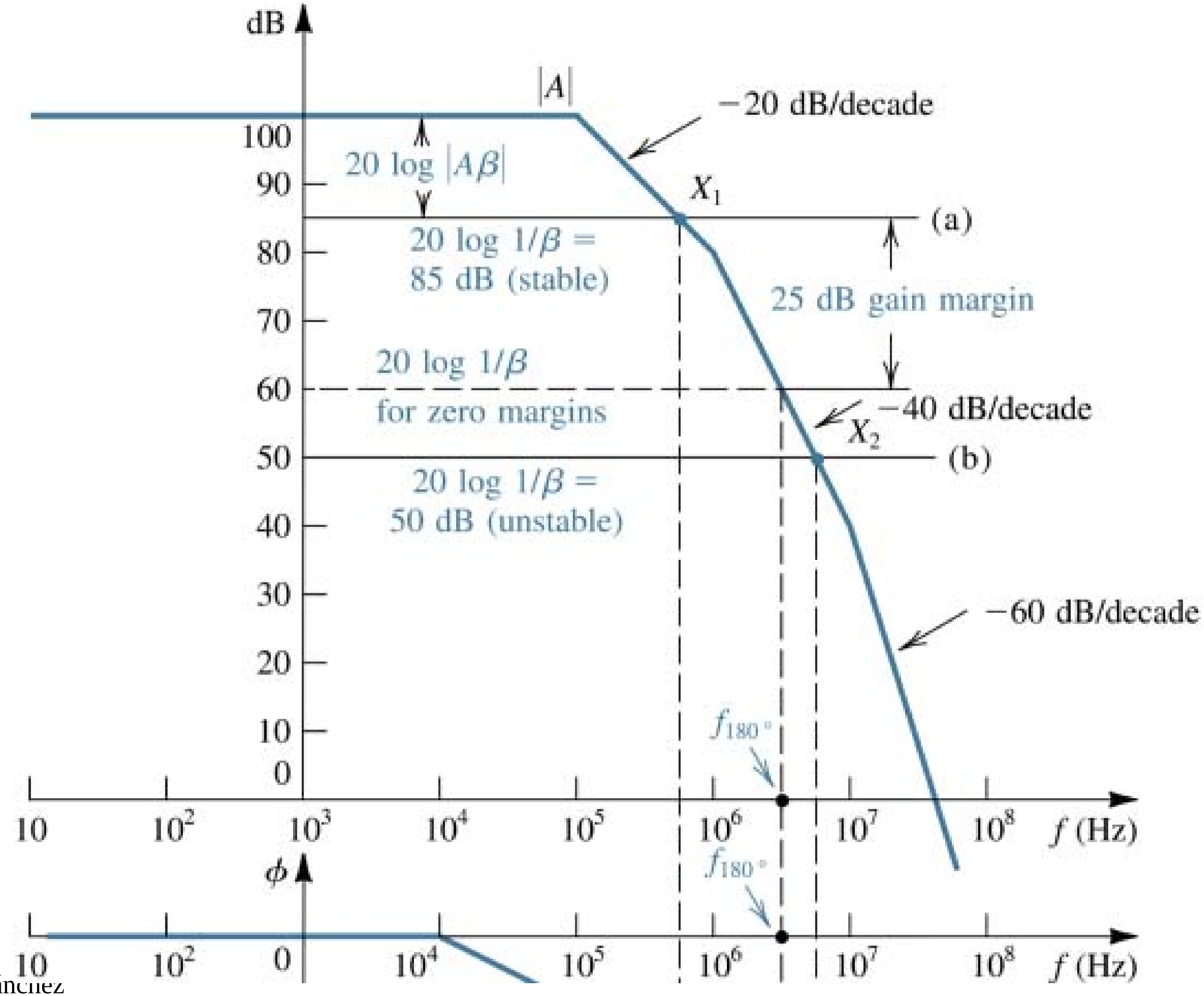


Ejemplo de Análisis de Estabilidad (cont.)

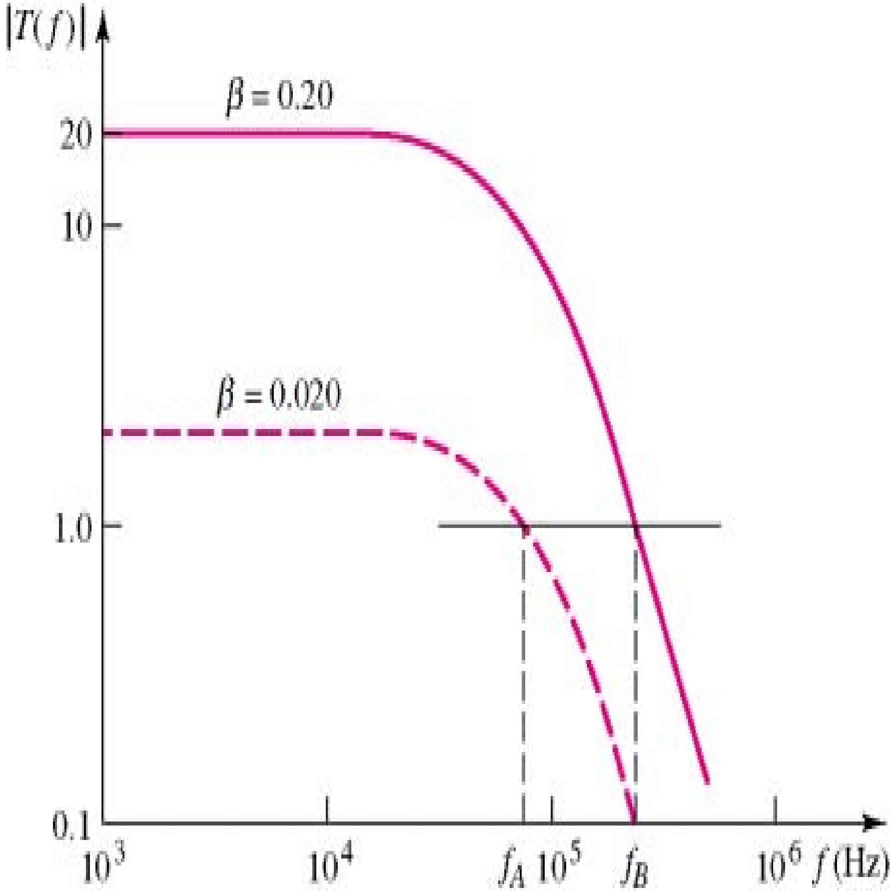


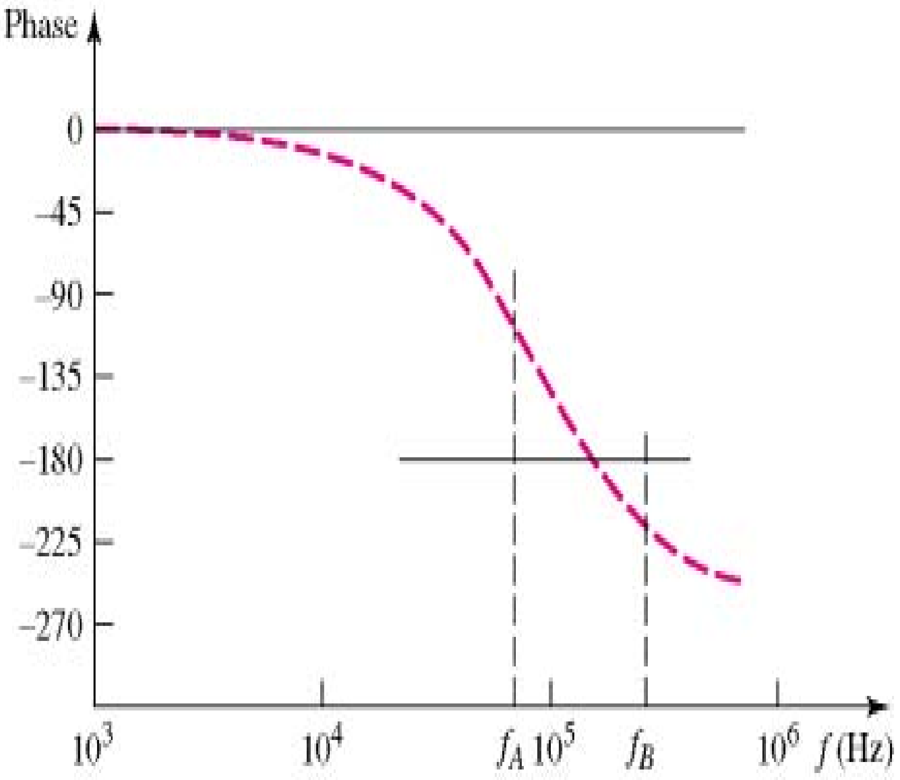
$$f_{180} = 3.3\,\text{MHz}$$

Ejemplo de Análisis de Estabilidad (cont.)



Otro Ejemplo de Análisis de Estabilidad





Diagramas de Nyquist

Es la gráfica de $T(j\omega) = A(j\omega)\ \beta\,(j\omega)$ en coordenadas polares, cuando ω varía de $-\infty$ a $+\infty$.

Criterio de Nyquist:

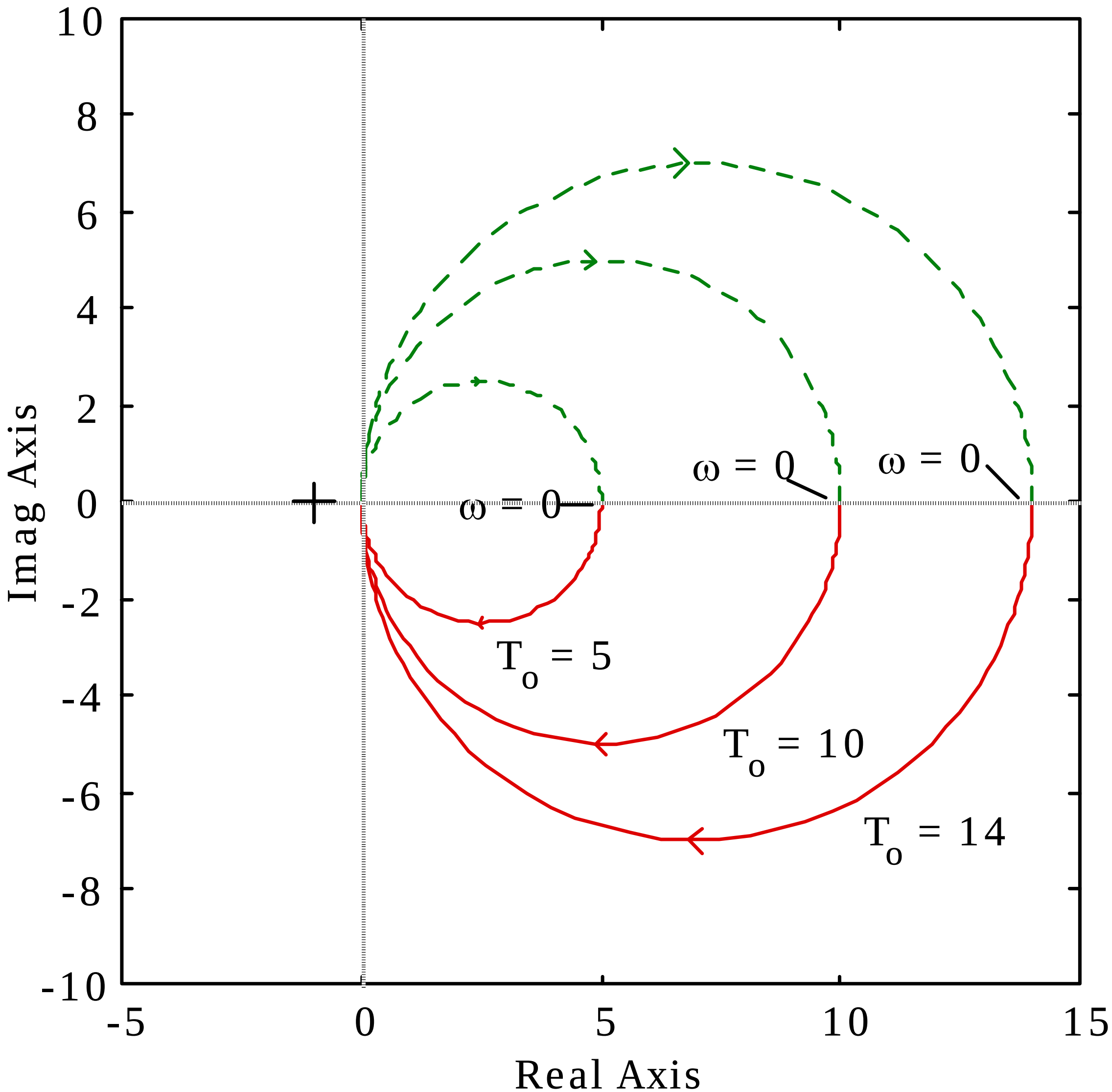
Si el diagrama de Nyquist encierra al punto $(-1,0)$, el sistema es inestable.

Diagramas de Nyquist (cont.)

Ejemplo:

$$T(s) = A(s)\beta(s) = \frac{A_o\beta}{1+\dfrac{s}{p_1}}$$

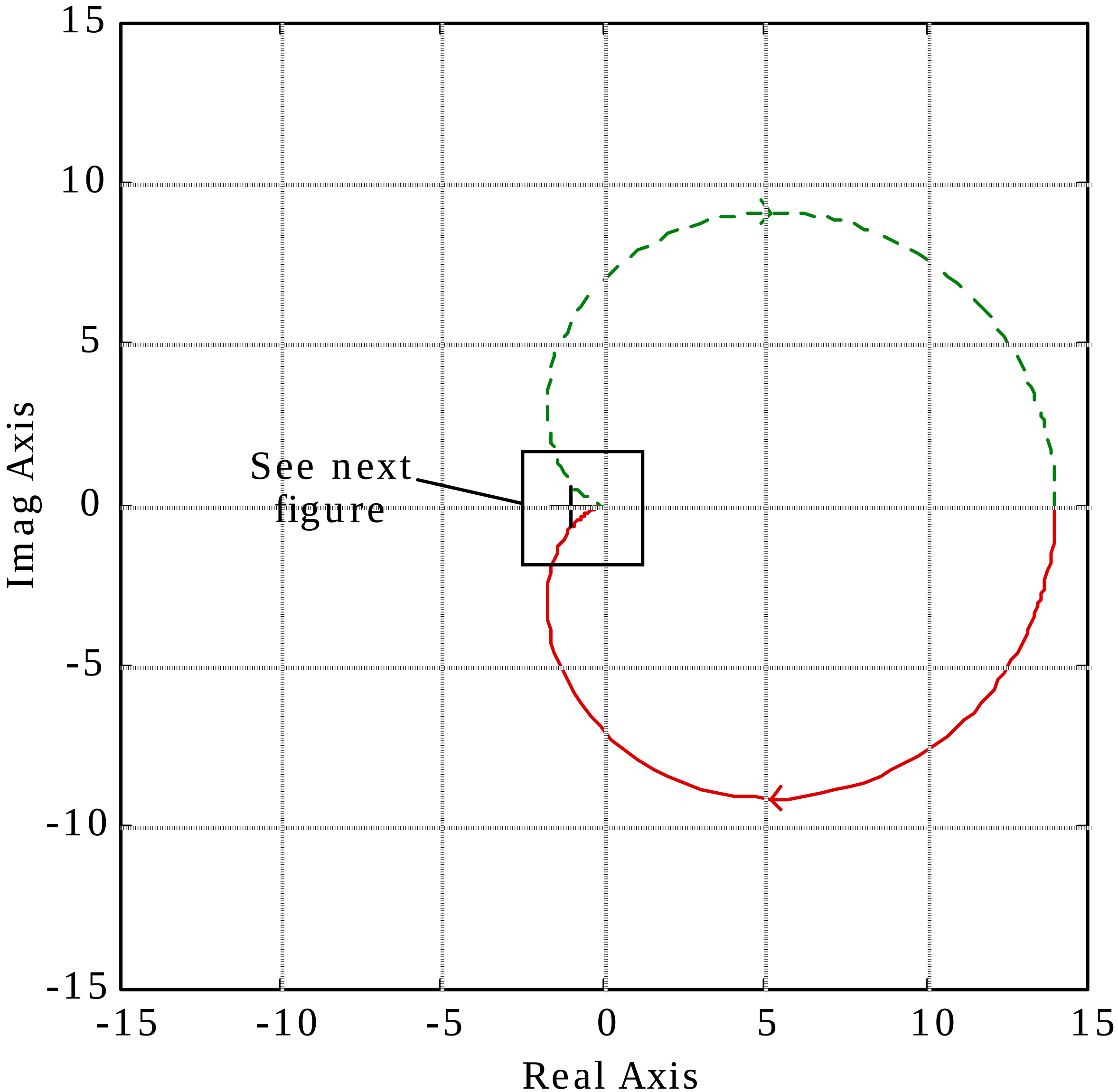
$$T_o = A_o\beta$$



Diagramas de Nyquist (cont.)

Ejemplo 2:

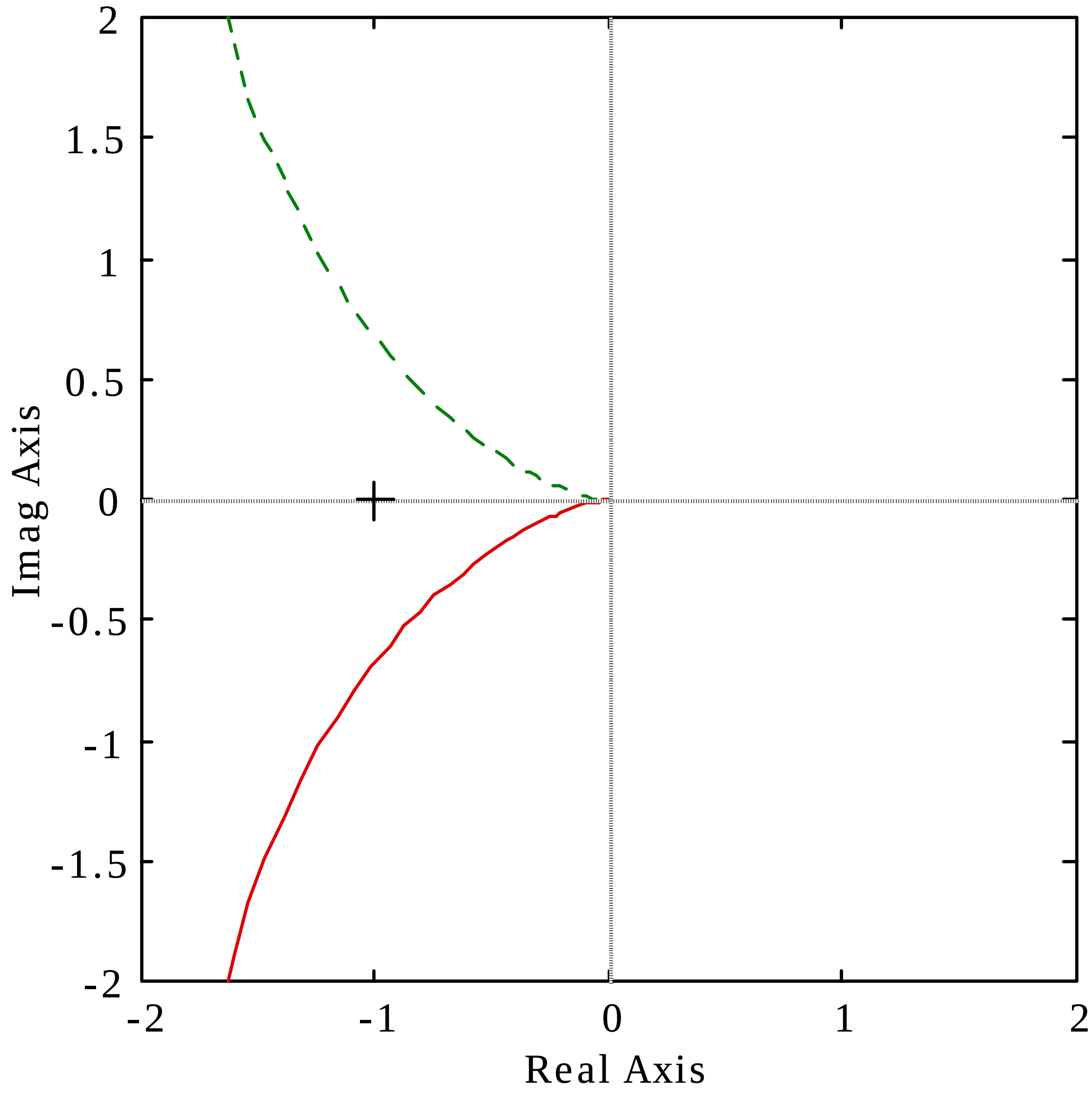
$$T(s) = \frac{A_o \beta}{(1+\frac{s}{p_1})(1+\frac{s}{p_2})}$$



Diagramas de Nyquist (cont.)

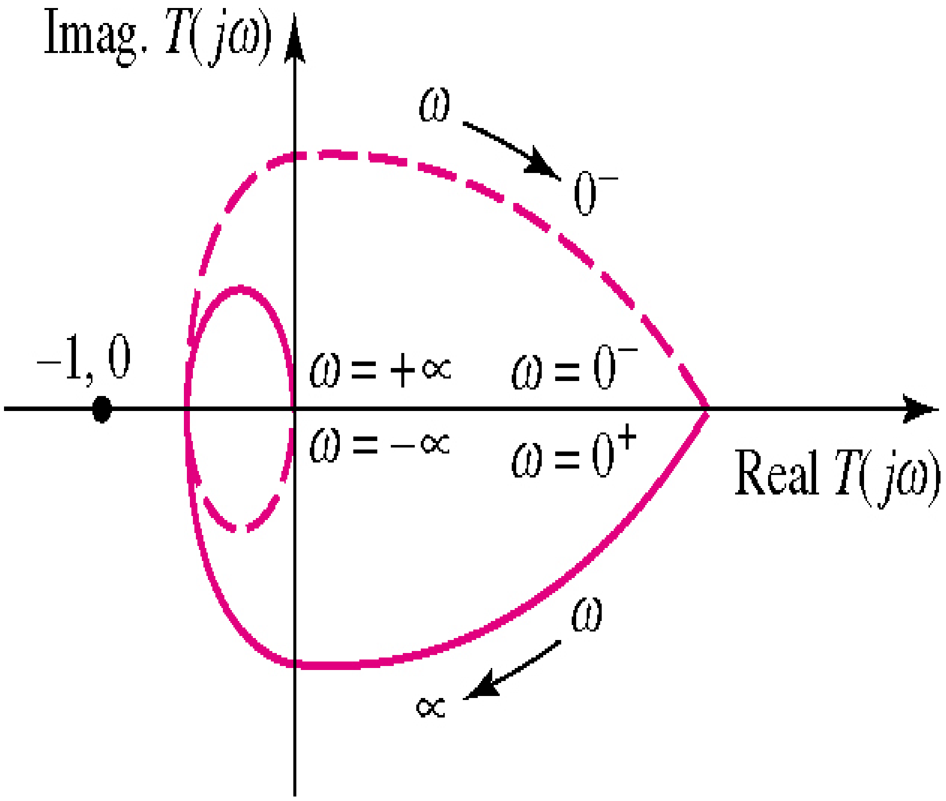
Ejemplo 2:

$$T(s)=\frac{A_o\beta}{(1+\frac{s}{p_1})(1+\frac{s}{p_2})}$$

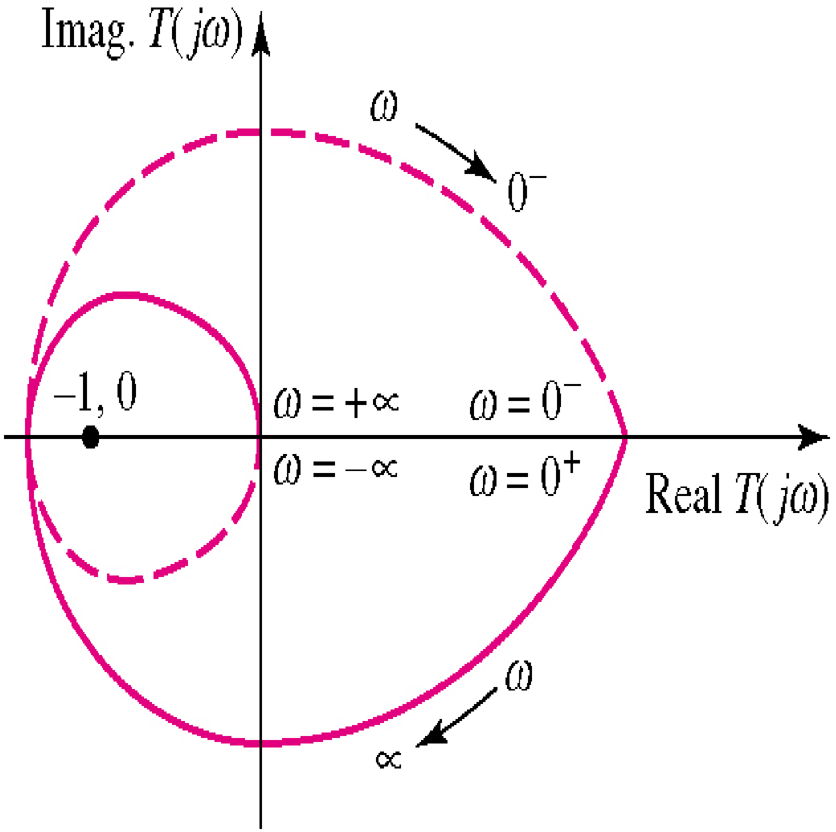


Diagramas de Nyquist (cont.)

Sistema estable:



Sistema inestable:



Ejercicios de Tarea

Resolver problemas 8.51, 8.53, 8.55, 8.63 y 8.65 del libro de texto